

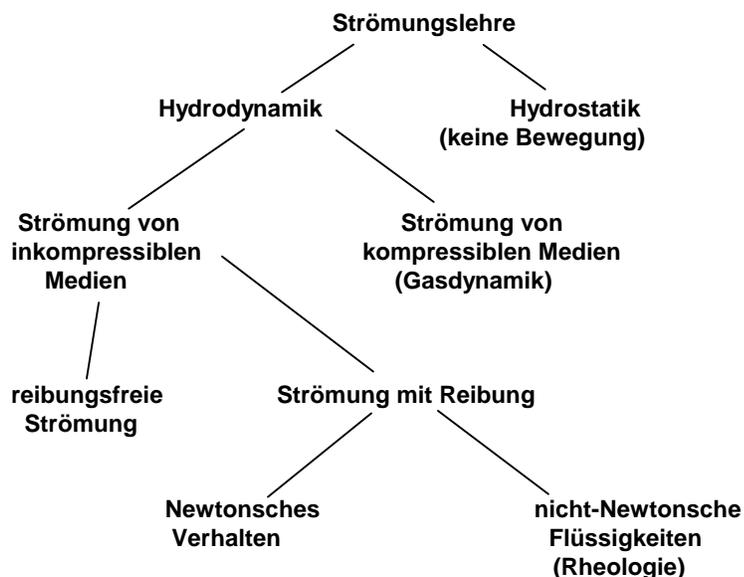
Strömungslehre

1 Grundlagen der Strömungslehre

1.1 Einführende Begriffe

Die Strömungslehre behandelt die Gesetzmäßigkeiten der Bewegung aller fluiden Medien. In der chemischen Technik spielt der Transport eine sehr große Rolle. Die verschiedenen fluiden Medien (Gasen, Dämpfen, Schmelzen, Lösungen oder reinen Flüssigkeiten sowie fluide Gemische – Emulsionen, Suspensionen) können sich beträchtlich in den hydrodynamischen Eigenschaften unterscheiden. So zeigen beispielsweise Flüssigkeiten mit ungefähr gleicher Dichte, etwa gleichem mittleren Atom- oder Molekülabstand, gleich großen Werten der Kompressibilität und thermischen Ausdehnung ein sehr unterschiedliches Viskositätsverhalten. Im Vergleich zu Flüssigkeiten besitzen Gase einen wesentlich größeren Kompressibilitätskoeffizienten. Die Dichte von Gasen ist bei Normalbedingungen um ca. den Faktor 1000 kleiner als die der Flüssigkeiten, der thermische Ausdehnungskoeffizient der Gase ist größer als der der Flüssigkeiten. Für die Bewegung aber gelten für Gase und Flüssigkeiten weitgehend die gleichen Gesetze, solange keine all zu großen Drücke auftreten und die Geschwindigkeit unterhalb der Schallgeschwindigkeit bleibt!

Schema 1: Gliederung der Mechanik fließfähiger Kontinua:



1.2 Hydrostatik

Ist ein Fluid der Schwerkraft unterworfen, wird der hydrostatische Druck unterhalb des Fluids von dem auf das Fluid wirkenden Druck und vom Gewicht des Fluids abhängen

$$P_{stat} = P_o + \rho g z \quad (1)$$

Kommunizieren zwei gefüllte Behälter miteinander, so wird sich statisches Gleichgewicht einstellen. Es lassen sich die in Abb. 1 gezeigten Druckverhältnisse unterscheiden.

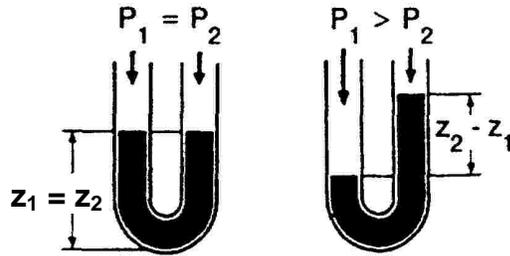


Abb. 1: Kommunizierende Behälter bei unterschiedlichen Druckverhältnissen

a) in zwei offenen, kommunizierenden Behältern, gefüllt mit der gleichen Flüssigkeit gilt:

$$z_1 = z_2$$

b) bei unterschiedlichem Außendruck über den kommunizierenden Behältern gilt:

$$\rho g (z_2 - z_1) = P_1 - P_2 = \Delta P \quad (2)$$

Die Gesetzmäßigkeit b) stellt die Grundlage für das Meßprinzip eines Flüssigkeitsmanometers dar:

Ein Schenkel eines mit Flüssigkeit gefüllten U-Rohrs wird an einen Behälter, dessen Druck zu messen ist, angeschlossen. Der Druck über den zweiten Schenkel muss bekannt sein. Aus $z_2 - z_1$ läßt sich bei bekannter Dichte der Flüssigkeit der Druck im Behälter ermitteln. So zeigt ein Höhenunterschied $z_2 - z_1 = 50 \text{ cm}$ je nach verwendeter Flüssigkeit die in Tabelle 1 aufgeführten Druckunterschied an.

Tabelle 1: Typische, für U-Rohrmanometer verwendete Flüssigkeiten

Flüssigkeit	Dichte (in g/cm^3)	ΔP bei $z_2 - z_1 = 50 \text{ cm}$ (in 10^5 Pa)
Quecksilber	13.54	0.664
Schwefelsäure	1.8	0.090
Glycerin	1.26	0.062
Wasser	1	0.049
Methanol	0.8	0.034

1.3 Hydrodynamik

Treten in einem Fluid nicht überall gleiche Kräfte auf, beginnt das Fluid, vom Ort größerer zu dem geringerer Krafteinwirkung zu fließen. Ursachen können Pumpen, Dichteunterschiede, durch chemische Reaktionen bedingte Senken u.a. sein. In der Technik wird i. a. gepumpt. Dabei sind folgende Strömungsgeschwindigkeiten typisch:

für Flüssigkeiten	$u \leq 3 \text{ m/s}$
für Gase - unter Normaldruck	$8 \text{ m/s} \leq u \leq 15 \text{ m/s}$
- unter erhöhtem Druck	$5 \text{ m/s} \leq u \leq 25 \text{ m/s}$
für überhitzten Dampf	$u \leq 50 \text{ m/s}$

Massenbilanz bei stationärem Fließverhalten

Strömt ein Fluid stationär, d. h., alle die Strömung beeinflussenden Größen sind von der Zeit unabhängig, durch eine geschlossene Rohrleitung, dann fließt durch jeden Querschnitt in jeder Zeiteinheit die gleiche Flüssigkeitsmenge unabhängig von der jeweiligen Form und Größe des Querschnitts:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dots = \text{const.} \quad (3)$$

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 = \dots = \text{const.} \quad (4)$$

Energiebilanz bei stationärem Fließverhalten (ideale Fluide[#])

Die Anwendung des Energieerhaltungssatzes auf die stationäre Flüssigkeitsströmung in einem Rohrsystem führt zur Bernoulli-Gleichung. In der Abbildung 2 ist ein geschlossenes Rohrsystem dargestellt. Zur Ableitung der Bernoulli-Gleichung wird der Energieinhalt des fließenden Mediums an den Stellen 1 und 2 formuliert:

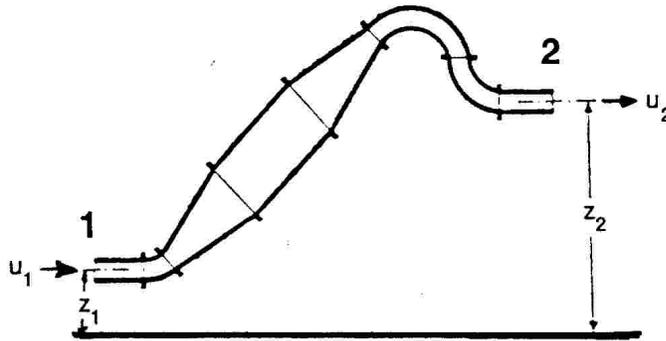


Abb. 2: Geschlossenes Rohrsystem zur Veranschaulichung der Ableitung der Bernoulli-Gleichung

Die Flüssigkeitsmasse m der Dichte ρ besitzt potentielle sowie kinetische Energie und muss außerdem, wenn sie bei 1 gegen einen statischen Druck P_1 mit der Geschwindigkeit u_1 in das Rohrsystem eintritt, eine Volumenarbeit verrichten.

Der aus dieser Bilanz resultierende Energieinhalt muss bei idealen Fluiden entsprechend dem Energieerhaltungssatz gleich dem Energieinhalt an der Stelle 2 sein:

$$m g z_1 + \frac{P_1}{\rho} m + m \frac{u_1^2}{2} = m g z_2 + m \frac{P_2}{\rho} + m \frac{u_2^2}{2} = \text{const.} \quad (5)$$

pot. Energie
Volumenarbeit
kinet. Energie

[#] Ein ideales Fluid besitzt definitionsgemäß folgende Eigenschaften

- absolut inkompressibel
- keinen thermischen Ausdehnungskoeffizienten
- fließt reibungsfrei

Während die ersten beiden Punkte für reale Flüssigkeiten im normalen Druck- und Temperaturbereich weitgehend erfüllt sind, ist die Abwesenheit einer inneren Reibung nur im Ruhezustand der Flüssigkeiten gegeben. Trotzdem sind die aus dem Modell der idealen Flüssigkeit abgeleiteten Gesetze mit guter Genauigkeit für viele reale Medien gültig.

Pumpenförderung

Soll eine Flüssigkeit vom Höhenniveau z_1 auf das Niveau z_2 gepumpt werden, bedarf das einer Energie ΔE , die von einer Pumpe aufgebracht werden kann. Bei der Anwendung der Bernoulli-Gleichung auf dieses Förderproblem soll vereinfachend angenommen werden, dass die Flüssigkeit vor dem Pumpen ruht, also keine kinetische Energie besitzt:

$$m g z_1 + \frac{P_1}{\rho} m + \Delta E = m g z_2 + m \frac{P_2}{\rho} + m \frac{u_2^2}{2} \quad (6)$$

bzw.

$$\Delta E = m g (z_2 - z_1) + m \frac{P_2 - P_1}{\rho} + m \frac{u_2^2}{2} \quad (6a)$$

mit $u_2 = \dot{V} / A$ folgt

$$\Delta E = m g \Delta z + m \frac{\Delta P}{\rho} + m \frac{\dot{V}^2 / A^2}{2} \quad (7)$$

Ist $\Delta E = \text{konst.}$ gilt für a)

- $\Delta z \Rightarrow \text{Maximum}$ (maximale Pumphöhe) \Leftrightarrow Durchsatz $(\dot{V}) = 0$
- Durchsatz $(\dot{V}) \Rightarrow \text{Maximum}$ \Leftrightarrow Pumphöhe $(\Delta z) = 0$

und für b)

- $\Delta P \Rightarrow \text{Maximum}$ (maximale Pumphöhe) \Leftrightarrow Durchsatz $(\dot{V}) = 0$
- Durchsatz $(\dot{V}) \Rightarrow \text{Maximum}$ \Leftrightarrow zu erzielende Druckerhöhung $\Delta P = 0$

Aus diesen Zusammenhängen lassen sich Pumpenkennlinien ableiten, wie sie in der Abb. 4 für unterschiedliche Pumpenergien (ΔE) dargestellt sind. Für reale Flüssigkeiten müssen bei der Anwendung der Pumpenkennlinien die Viskositäten berücksichtigt werden. Ferner ist zu beachten, dass in Abhängigkeit von der Pumpenbauart ein minimaler Volumenstrom ($\dot{V} > 0$) aufrecht erhalten werden muss, so dass Pumpengrenzlinien zu beachten sind. Die Summe aller für die Anwendung einer Pumpe notwendigen Informationen werden zur Pumpencharakteristik zusammengefasst, die beim Kauf einer Pumpe vom Hersteller mitgeliefert wird.

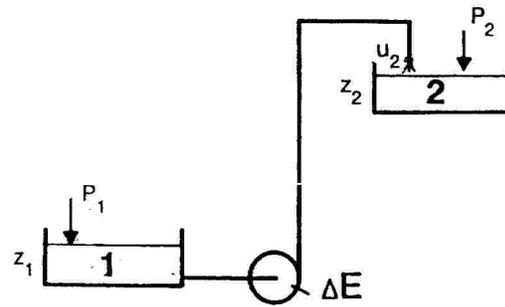


Abb. 3: Darstellung zur Pumpförderung

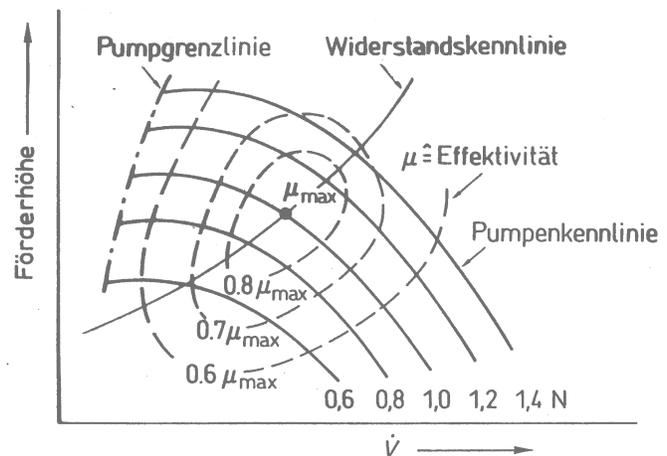


Abb. 4: Pumpenkennlinien für unterschiedlich starke Pumpen

Strömende reale Fluide

In einem strömenden Medium findet unter den Teilchen ein fortwährender Impulsaustausch statt. An festen Wänden wird dieser Impuls abgegeben, und die Fluidteilchen haften an der Wand. Zwischen den haftenden Fluidteilchen und den unmittelbar darüber gleitenden Fluidteilchen treten Kräfte auf, die als Scherkräfte bezeichnet werden und zur inneren Reibung (viskoses Verhalten) führen. Dieses kann am Grundversuch der Viskositätsmessung verdeutlicht werden (Abb. 5):

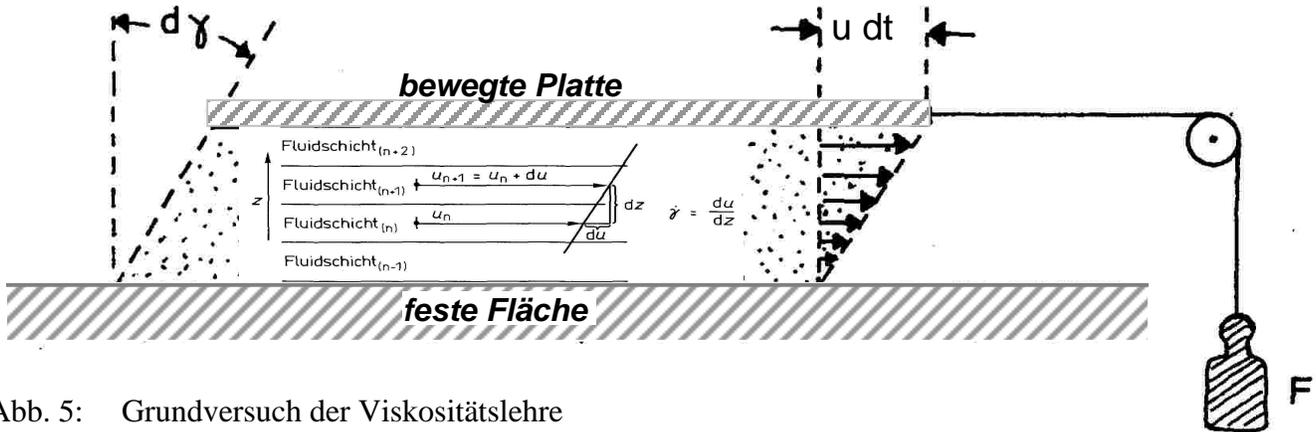


Abb. 5: Grundversuch der Viskositätslehre

Zwischen zwei parallelen Platten mit der Fläche A und dem Abstand z befindet sich ein Fluid, das die Platten benetzt (Wandhaftung). Wird eine der Platten mit der Geschwindigkeit u gegen die andere bewegt, wird das Fluid deformiert:

$$u \frac{dt}{z} = \tan d\gamma = d\gamma \quad (8)$$

Nach Newton ist die Geschwindigkeit dieser Deformation $d\gamma/dt = \dot{\gamma}$ (Schergeschwindigkeit) der Schubspannung $\tau = F/A$ proportional, wobei F die auf die Platte wirkende Kraft ist. Der Proportionalitätsfaktor ist die dynamische Viskosität

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \quad (9)$$

Die dynamische Zähigkeit wird in den Einheiten "Poise" (P) bzw. "Centipoise" (cP) oder Pascal·Sekunde (Pa s) angegeben. Die Umrechnung in SI-Einheiten erfolgt mit:

$$\begin{aligned} 1 \text{ cP} &= 10^{-2} \text{ g s}^{-1} \text{ cm}^{-1} \\ &= 10^{-3} \text{ Pa s} = 1 \text{ mPa s} \end{aligned}$$

Häufig wird anstelle der dynamischen Zähigkeit η die kinematische Zähigkeit $\nu = \eta/\rho$ verwendet (Einheiten von ν : 1 Stokes = $1 \text{ cm}^2/\text{s} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$).

Die dynamischen Viskositäten ausgewählter Stoffe (in der Regel bei 20 °C) sind in folgender Tabelle (Tabelle 1) dargestellt:

Tabelle 1: Dynamische Viskositäten ausgewählter Stoffe

Stoff	Luft	Wasser	Blut (37 °C)	Motoröl, SAE 20
$\eta / \text{Pa s}$	$1.9 \cdot 10^{-5}$	0.001	0.004 – 0.015	0.2

Viele Industrieprodukte - wie Lösungen hochpolymerer Stoffe oder Schlämme - folgen in ihrem Fließverhalten nicht dem Newtonschen Reibungsgesetz (Abbildung 6). Bei diesen Stoffen ist die Viskosität eine von der Schergeschwindigkeit unabhängige Stoffgröße. Bei strukturviskosen bzw. pseudoplastischen Stoffen nimmt die Viskosität mit steigender Schergeschwindigkeit ab, bei dilatanten Stoffen zu. Dies bedeutet für strukturviskose Stoffe, dass sich bei der Förderung solcher Medien der spezifische Energiebedarf durch Erhöhung der Fördergeschwindigkeit senken läßt. Allgemein kann dies dadurch erklärt werden, dass Überstrukturen (Wasserstoffbrücken, ionische Wechselwirkungen usw.) den wachsenden Scherkräften nicht standhalten. Die oftmals angeführte Erklärung, dass sich mit zunehmendem Geschwindigkeitsgefälle kettenartige Kunststoffmoleküle einer Schmelze oder in einer Lösung entwirren, strecken und parallel zur Fließrichtung orientieren[#], ist zwar sehr anschaulich doch in vielen Fällen zu vereinfachend.

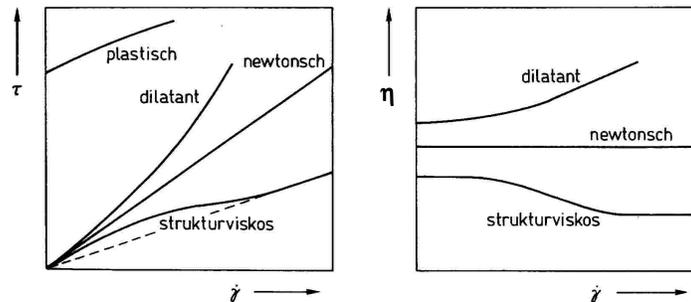


Abb.6:
Viskositätsverhalten in Abhängigkeit
von der Schergeschwindigkeit

Tabelle 2: Beispiele für Stoffe mit nicht-Newtonschem Fließverhalten

Strukturviskose- bzw. pseudo-plastische Stoffe	dilatante Stoffe
viele technische und handelsübliche Emulsionen (Farben)	Kaliumsilicatlösungen
Blut	Aufschlammungen von Sand
Asphalt	Bodensatz bei Ölfarben

Dilatantes Verhalten tritt in Suspensionen auf, in denen die Feststoffe vergleichsweise eng gepackt und wenig solvatisiert sind. In derartigen Systemen kommt es durch Aneinanderreiben der Feststoffteilchen zum Entstehen von Ladungen, die zusätzliche Bindungskräfte und ein Verfestigen des Fluids zur Folge haben. Allgemein bekannt ist das Verhalten von aufgeschlämmtem Seesand. Beim Baden oder beim Wandern im Wattenmeer wird man beim Auftreten anfangs etwas einsacken und schon nach kurzer Zeit "festen Boden" unter den Füßen verspüren. Hier ist das dilatante Verhalten der Seesandaufschlammung von großem Vorteil. Beim Freihalten der Fahrrinne in Flüssen und im küstennahen Bereich hingegen ist es unerwünscht.

[#] Dem entsprechend kann das viskose Verhalten von Blut gedeutet werden: Blut enthält u.a. kernlose Zellen (Erythrozyten), die sich zu kettenförmigen Agglomeraten verbinden und im Blutplasma (Newtonsches Verhalten, $\eta_{37^\circ\text{C}} = 1.2 \text{ Pa s}$) suspendiert sind. Mit zunehmender Schubspannung (τ) orientieren sich diese Ketten und bewirken so das pseudoplastische Verhalten des Blutes.

Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität

Die Viskosität von Gasen erklärt sich aus den Zusammenstößen schwingender Moleküle bzw. Atome. Mit steigender Temperatur nimmt die Intensität der Schwingungen und damit die Zahl der Zusammenstöße zu. Das führt zu einer Erhöhung der Gasviskosität mit steigender Temperatur:

$$\eta = \eta_0 \left(\frac{T}{273 \text{ °K}} \right)^i \quad [ef1]$$

(10)

mit η_0 - Gasviskosität bei 273 °K

In der Tabelle 3 sind für Wasserstoff, Luft und Methan die Parameter η_0 und i sowie die sich daraus errechnende Viskosität für $\vartheta = 50 \text{ °C}$ angegeben.

Tabelle 3: Parameter zur Berechnung der Viskosität typischer Gase

Gas	H ₂	Luft	CH ₄
η_0 /cP	$0,82 \cdot 10^{-2}$	$1,74 \cdot 10^{-2}$	$1,06 \cdot 10^{-2}$
i	0,65	0,67	0,72
η_0 /cP bei 50 °C	0,0095	0,0195	0,0119

Im Gegensatz zur Gasviskosität fällt die Viskosität von Flüssigkeiten mit steigender Temperatur ab:

$$\eta = B \exp\left(\frac{A}{T}\right) \quad (11)$$

In Tabelle 4a sind die Konstanten für einige organische Flüssigkeiten aufgelistet. Tabelle 4b zeigt die Viskosität von Wasser als Funktion der Temperatur.

Tabelle 4a: Parameter zur Berechnung der Viskosität einiger organischer Flüssigkeiten

Flüssigkeit	A/K	B/cP	η/cP bei 50 °C
Aceton	780	0,022	0,246
Benzol	1250	0,009	0,431
Oktan	1070	0,014	0,384
Phenol	3460	0,001	3,591

Tabelle 4b: Viskosität von Wasser als Funktion der Temperatur

$\vartheta/°C$	0	10	20	30	40	50	...	100
η/cP	1,792	1,307	1,002	0,797	0,653	0,548	...	0,282

Strömungsarten

Bei geringer Strömungsgeschwindigkeit bewegen sich die Fluidteilchen geradlinig, das heißt, parallel zur Rohrachse bzw. zur Wandfläche. Diese Strömungsart wird als laminare Strömung bezeichnet und führt bei der Rohrströmung zu einem parabolischen Strömungsprofil. In der Rohrmitte ist die Geschwindigkeit am größten, an der Rohrwand (bedingt durch Adhäsionskräfte) gleich Null. Mit Hilfe des Gesetzes von Hagen-Poiseuille läßt sich das parabolische Geschwindigkeitsprofil berechnen. Von besonderem Interesse ist die Ermittlung der mittleren und der maximalen Strömungsgeschwindigkeit als Funktion der Viskosität und des Druckverlusts. Es ergibt sich:

$$u_{\max} = \frac{\Delta P}{4 \eta l} R^2 \quad (12)$$

bzw.:

$$\bar{u} = \frac{\Delta P}{8 \eta l} R^2 \quad (13)$$

damit ist:

$$\bar{u} = \frac{1}{2} u_{\max} \quad (14)$$

Bei Steigerung der Strömungsgeschwindigkeit brechen die inneren Strömungsschichten nach außen durch, so dass erste Turbulenzen auftreten. Bei sehr hohen Geschwindigkeiten wird schließlich eine ausgeprägte turbulente Strömung zu beobachten sein. Durch das Ausbrechen der Strömungsschichten wird das ursprünglich parabolische Geschwindigkeitsprofil verflachen ($\bar{u} = 0,8$ bis $0,9 u_{\max}$). Der Druckverlust wird gleichzeitig ansteigen, da die Verwirbelung der Schichten eine "Verfestigung" des Strömungskörpers zur Folge hat. Abbildung 7 zeigt vergleichend die Geschwindigkeitsprofile für die laminare und die turbulente Strömung.

O. Reynolds gelang es, die Ausbildung von Turbulenzen in Abhängigkeit von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit, der Fluidichte und der Viskosität zu beschreiben. Er entwickelte dazu eine dimensionslose Beziehung, die das Verhältnis von Trägheitskraft zur inneren Reibungskraft darstellt und als Reynoldszahl (Re) bezeichnet wird:

$$Re = \frac{\bar{u} \rho d}{\eta} \quad (15)$$

Durch experimentelle Untersuchungen konnte Reynolds feststellen, dass bei Verwendung eines geraden, glattwandigen Rohrs (also bei ungestörter Strömung) die ersten Turbulenzen bei $Re = 2315$ auftreten. Diese Zahl wird als kritische Reynoldszahl bezeichnet. Durch Rohrbiegungen, Rauheit der Rohrwand sowie Einbauten nimmt die kritische Reynoldszahl kleinere Zahlenwerte an.

Reynoldszahlen zwischen 2315 und 10000 charakterisieren bei geraden, glattwandigen Rohren den sogenannten Übergangsbereich, in dem der Strömungskörper einen labilen Zustand annimmt. Abbildung 7 zeigt einen derartigen Strömungszustand. Bei $Re > 10000$ liegt eine ausgeprägte turbulente Strömung vor. Hier gibt es keine axiale Rückvermischung; radial hingegen ist die Vermischung vollständig.

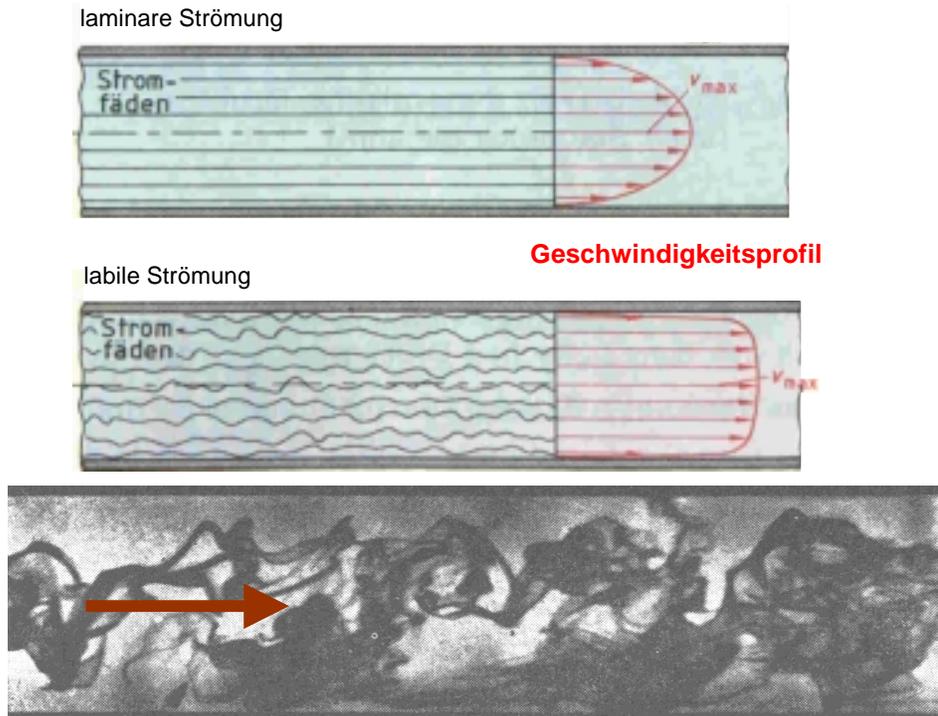


Abb. 7: Aufnahme eines gefärbten Flüssigkeitsstrahls in einer Wasserströmung ($Re = 2520$) sowie die Geschwindigkeitsprofile und Strömungsbahnen bei laminarer und labiler Strömung

2 Anwendung der Strömungslehre

2.1 Druckverlust in Rohrsystemen

Üblicherweise wird der Druckverlust in Rohrsystemen als Funktion der Reibungszahl λ ausgedrückt:

$$\Delta P = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \quad (16)$$

Laminare Strömung durch ein gerades, glattwandiges Rohr

Durch Umstellen der Gleichung 13 erhält man:

$$\Delta P = \frac{8 \eta l \bar{u}}{R^2} = \frac{32 \eta l \bar{u}}{d^2} \quad (17)$$

Durch Einführung der Reynoldszahl ergibt sich:

$$\Delta P = 32 Re^{-1} \frac{l}{d} \rho \bar{u}^2 \quad (18)$$

Aus den Gleichungen 16 und 18 ergibt sich:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (19)$$

Strömung durch ein gerades Rohr bei Auftreten von Turbulenzen

Zur Erzeugung von Turbulenzen ist zusätzliche Energie notwendig. Das führt letztlich dazu, dass der Druckverlust größer wird. Zur Berechnung des Druckverlustes für die Strömung durch ein gerades, glattwandiges Rohr bei Auftreten von Turbulenzen dient wiederum die Gleichung 16. Die Reibungszahl λ muss jetzt allerdings durch empirisch ermittelte Gleichungen berechnet werden.

Es gilt - für $2400 < Re < 10^5$: $\lambda = 0,03164 Re^{-0,25}$
 - für $10^5 < Re < 2 \cdot 10^6$: $\lambda = 0,0054 + 0,3964 Re^{-0,3}$

In der Abbildung 8 ist die Abhängigkeit der Reibungszahl von der Reynoldszahl graphisch aufgetragen. Deutlich zu erkennen ist der qualitative Sprung zwischen laminaren und turbulenten Strömungsbedingungen.

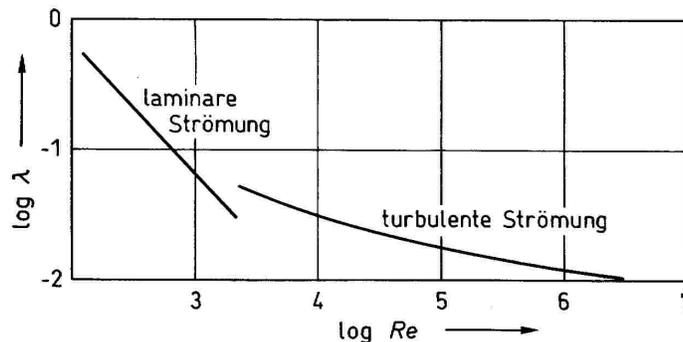


Abb. 8: Abhängigkeit der Reibungszahl λ von der Reynoldszahl

Die Reibungszahl wird mit Ansteigen der Reynoldszahl kleiner. Dennoch resultiert aus der Gleichung 16 ein Ansteigen des Druckverlustes mit steigender Strömungsgeschwindigkeit. Vereinfacht läßt sich ableiten, dass gilt:

- bei laminarer Strömung – Druckverlust \propto (mittlere Strömungsgeschwindigkeit)¹
- bei turbulenter Strömung – Druckverlust \propto (mittlere Strömungsgeschwindigkeit)²

Bei turbulenter Strömung wird durch das Auftreten von Wandrauheiten der Druckverlust weiter erhöht. Die Reibungszahl ist für diesen Fall sowohl von der Reynoldszahl als auch von dem Ausmaß der Rauheit abhängig. Maß für die Wandrauheit ist die relative Rauheit (n), die als Verhältnis zwischen absoluter Rauheit und Rohrdurchmesser definiert ist. Einige Werte für die absolute Rauheit sind in der Tabelle 5 aufgelistet.

Tabelle 5: Rauheit (absolute) typischer Werkstoffe

	Keramik	Stahl		Glas
		neu	korridiert	
absolute Rauheit in mm	0,7 - 1	0,02 – 0,1	0,3 - 1	0,001 – 0,002

Gestörte Rohrströmung - Auftreten eines örtlichen Druckverlustes

Rohrsysteme bestehen nicht nur aus geraden Rohren. Durch Rohrbögen, Ventile (Abb.9), Rohrerweiterungen und -verengungen wird die Strömung innerhalb des Rohrsystems gestört. Dies bewirkt einen zusätzlichen Druckverlust (örtlicher Druckverlust), der durch folgende Gleichung berechnet wird:

$$\Delta P = \zeta \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \quad (20)$$

ζ wird Widerstandsbeiwert (oft c_w -Wert) genannt. Die Größe von ζ ist abhängig von der Art und der Geometrie des Widerstandes. Bei einer Rohrverengung bzw. beim Eintritt in das Rohrsystem ist der ζ vom Verhältnis der Querschnittsflächen $A_{\text{eng}}/A_{\text{weit}}$ sowie von den Strömungsverhältnissen abhängig. Weit vorstehende kantige Rohreintritte vergrößern den Druckverlust und sollten vermieden werden (Tabelle 6). Eine Verringerung des örtlichen Druckverlusts läßt sich erreichen, wenn der Rohreintritt abgerundet wird oder wenn bei einer Rohrerweiterung ein stetiger Öffnungswinkel von $\alpha < 40^\circ$ eingehalten wird.

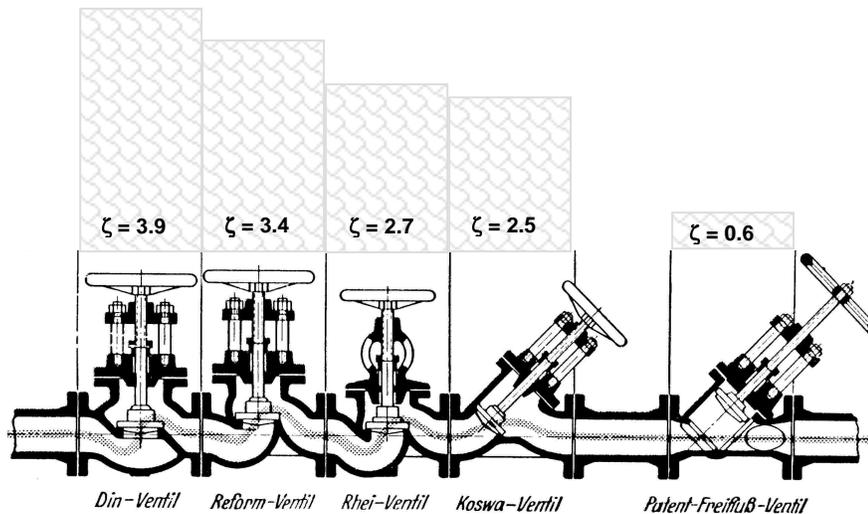
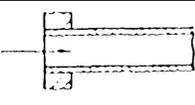
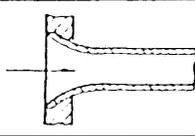
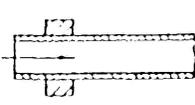


Abb.9: Darstellung von Ventilwiderstandsbeiwerte

Tabelle 6: Widerstandsbeiwerte verschiedener Rohreinläufe

kantiger Einlauf	sehr scharf	$\zeta = 0,5$	
	normal	$\zeta = 0,25$	
abgerundeter Einlauf	je nach Glätte	$\zeta = 0,005$ bis 0,06	
weit vorstehender kantiger Einlauf	sehr scharf	$\zeta = 3$	
	normal	$\zeta = 0,56$	

Auch bei einer Querschnittserweiterung bilden sich im allgemeinen zusätzliche Turbulenzen aus. Die Widerstandsbeiwerte sind abhängig vom Ausmaß der Querschnittserweiterung und (bei einer steten Querschnittserweiterung vom Öffnungswinkel α). Bei einem Öffnungswinkel von 12-17° durchläuft ζ ein Minimum. Wie die Abbildung 10 zeigt, werden beim Einhalten dieses Öffnungswinkels die Ausbildung von Turbulenzen vermieden, so dass der Druckverlust minimiert wird. Stete Querschnittserweiterungen mit einem Öffnungswinkel von 17° werden als Venturi-Düsen bezeichnet.

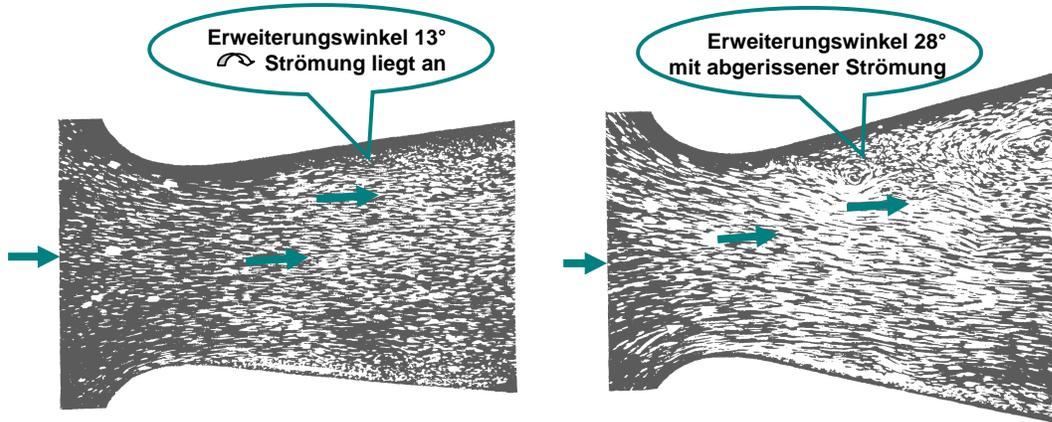


Abb. 11: Strömungsbilder für die stete Querschnittserweiterung in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel

2.2 Druckverlust in Apparaten

Druckverlust in Schüttschichten

Sind in einem senkrecht stehenden Rohr Feststoffteilchen aufgeschüttet oder geordnete Packungen installiert, so ist die Strömung eines Fluids durch dieses Rohr mit einem Druckverlust verbunden. In diesem Druckverlust sind enthalten:

- ΔP durch innere Reibung des Fluids
- ΔP an den festen Einbauten
- ΔP durch Reibung an den Feststoffteilchen bzw. der Packung

Auf den Druckverlust durch innere Reibung wurde bereits ausführlich eingegangen. Der Druckverlust an festen Einbauten kann entsprechend der gestörten Strömung als örtlicher Druckverlust berechnet werden. Dazu dient wiederum die Gleichung 20. Als feste Einbauten sind Anströmböden in Reaktoren, Rohrböden (Ein- und Austritt aus Rohrbündelapparaten) sowie Flüssigkeitsverteiler und -sammler, Trag- und Niederhalteroste in Rektifikationskolonnen zu verstehen. Im allgemeinen ist der örtliche Druckverlust an diesen Einbauten vernachlässigbar klein gegenüber dem Druckverlust durch die Reibung an den Feststoffteilchen (Katalysatorpartikeln oder Füllkörper), so dass näherungsweise Gleichung 16 gilt:

$$\Delta P = \lambda \frac{l}{d^P} \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \quad (16)$$

Dabei stellt jetzt l die Schütthöhe und d^P den mittleren Korndurchmesser des Schüttguts dar. λ ist von der Art des Schüttguts bzw. der Packung, der Strömungsart und dem relativen

Zwischenkornvolumen (ε) abhängig. Besteht die Schüttung aus gleich großen Kugeln (der Kugeldurchmesser sollte maximal 1/10 des Rohrdurchmessers betragen) gelten folgende Zusammenhänge:

- für die laminare Strömung ($Re < 20$):

$$\lambda = \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{300}{Re} \quad (21)$$

- für die turbulente Strömung ($Re > 200$):

$$\lambda = 3,5 \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \quad (22)$$

Bei laminarer Strömung ist die Reibungszahl indirekt proportional zur Reynoldszahl und damit indirekt proportional zur Strömungsgeschwindigkeit. Bei Vorliegen einer turbulenten Strömung ist die Reibungszahl unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit. Aus der Gleichung 15 ergeben sich unter Einbeziehung der Gleichungen 21 und 22 somit folgende Zusammenhänge zwischen dem Druckverlust und der Strömungsgeschwindigkeit:

$$Re < 20 \quad \Rightarrow \quad \Delta P \propto u$$

$$Re > 200 \quad \Rightarrow \quad \Delta P \propto u^2 \text{ [ef2]}$$

Für $1 < Re < 3000$ lassen sich nach Ergun die Gleichungen 21 und 22 kombinieren (Gleichung 23). Damit kann auch der Bereich ($20 < Re < 200$) erfasst werden.

$$\lambda = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \left(3,5 + (1-\varepsilon) \frac{300}{Re} \right) \quad (23)$$

Ausbildung von Wirbelschichten

Wird eine Schüttung, wie in Abbildung 12 dargestellt, von unten nach oben durchströmt, wirkt die Reibungskraft gleichgerichtet der Auftriebskraft und entgegen der Gewichtskraft. Durch Vergrößerung des Fluidstroms (Massestrom des strömenden Gases) steigt die Reibungskraft, so dass ein Punkt erreicht wird, an dem die Summe aus Auftriebs- und Reibungskraft gleich der Gewichtskraft ist. Dieser Punkt wird als Wirbelpunkt bezeichnet. Bei weiterer Steigerung des Massestroms werden die Teilchen der Schüttung aufwirbeln.

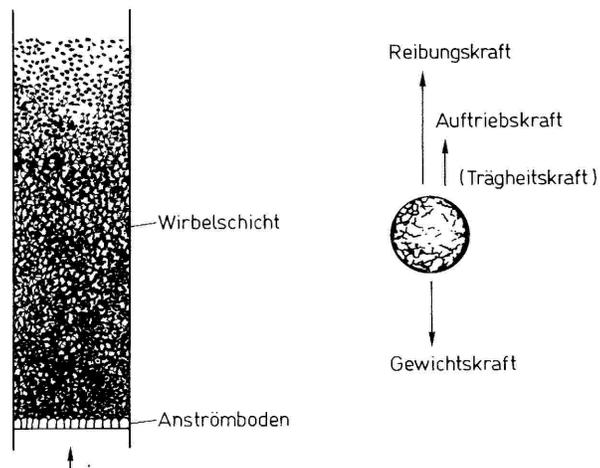


Abb. 12: Wirbelschichtreaktor und resultierende Kräftebilanz

Der in der Wirbelschicht auftretende Druckverlust resultiert aus der Reibungskraft (unter Einbeziehung der Summe der Spantflächen) und entspricht damit dem scheinbaren Gewicht (Gewicht - Auftrieb) aller Feststoffteilchen. Eine Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit bewirkt eine Vergrößerung der Wirbelschichthöhe. Dadurch wird der Raum zwischen den wirbelnden Feststoffteilchen größer und die Summe der Spantflächen pro Volumeneinheit kleiner. Unter Zuhilfenahme des Sedimentationsgesetzes wird verständlich, dass trotz Vergrößerung der Strömungsgeschwindigkeit der Druckverlust konstant bleiben. In der Abbildung 13 ist die Abhängigkeit des Druckverlusts von der Strömungsgeschwindigkeit graphisch dargestellt ($\log \Delta P$ gegen $\log u$). Bis zum Erreichen des Wirbelpunkts ergeben sich entsprechend der Theorie zum Druckverlust in Schütttschichten zwei Geraden:

- $\text{tg } \alpha = 1$ für die laminare Strömung;
- $\text{tg } \alpha = 2$ für die turbulente Strömung.

Oberhalb des Wirbelpunkts ist der Druckverlust unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit. Real (gestrichelte Linie) ergeben sich folgende Abweichungen:

- im Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Strömung entspricht der Kurvenverlauf der Ergun-Gleichung;
- der Druckverlust wird über den Wirbelpunkt hinaus ansteigen, da sich ruhende Feststoffteilchen durch Adhäsion und Verhaken gegenseitig am [ef3]Aufwirbeln behindern, und da die Teilchen beschleunigt werden müssen (Überwinden der Trägheitskraft).

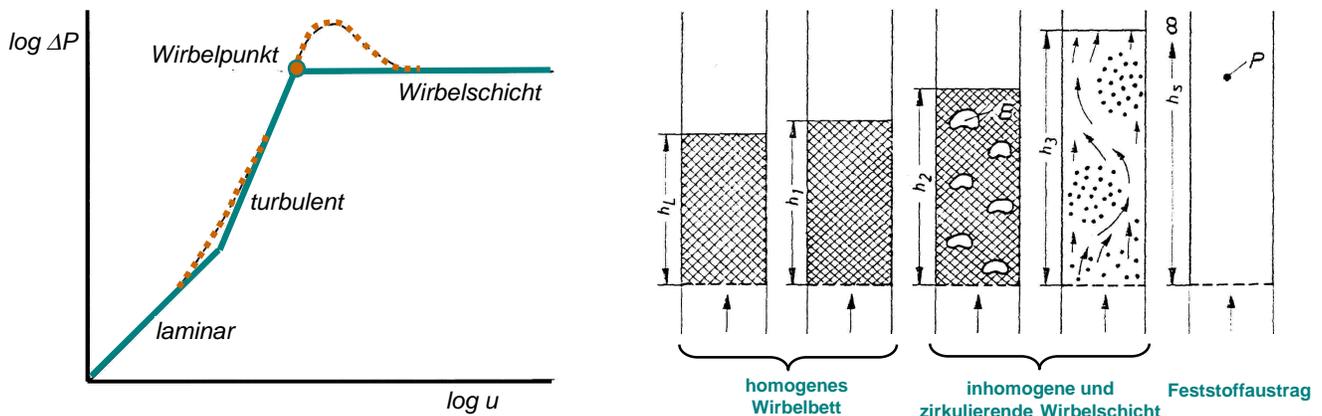


Abb. 13: Abhängigkeit des Druckverlusts von der Strömungsgeschwindigkeit u);
Ausbildungsformen der Wirbelschicht (u steigt von links nach rechts)

In die genaue Berechnung des Wirbelpunkts gehen [ef4]eine Vielzahl von physikalischen und strömungstechnischen Parametern ein. So ist die Ausbildung einer Wirbelschicht abhängig von der Strömungsgeschwindigkeit des Fluids, dem Durchmesser und der Form der Feststoffteilchen, der Dichte der Feststoffteilchen und der Dichte des Fluids sowie der Viskosität des Fluids. Im allgemeinen werden diese Parameter zu dimensionslosen Kennzahlen zusammengefasst. Dabei sind zwei Darstellungsformen (A und B) üblich, die alternativ abzulesen in einer Grafik, dem "Reh-Diagramm", miteinander in Verbindung gebracht werden:

A - Eine modifizierte Froudezahl[#] wird gegen die Reynoldszahl aufgetragen.

[#] Froudezahl = Trägheitskraft/Schwerkraft

$$Fr = \frac{3}{4} \frac{u^2}{g d^P} \frac{\rho^G}{\rho^P - \rho^G} \quad (24)$$

B- Es werden zwei dimensionslose Größen gegeneinander aufgetragen, die entweder den Feststoffdurchmesser oder die Strömungsgeschwindigkeit enthalten. Damit wird der Einfluß der variierbaren Parameter getrennt erfasst.

$$\Omega = f(u) \neq f(d^P)$$

$$Ar = f(d^P) \neq f(u)$$

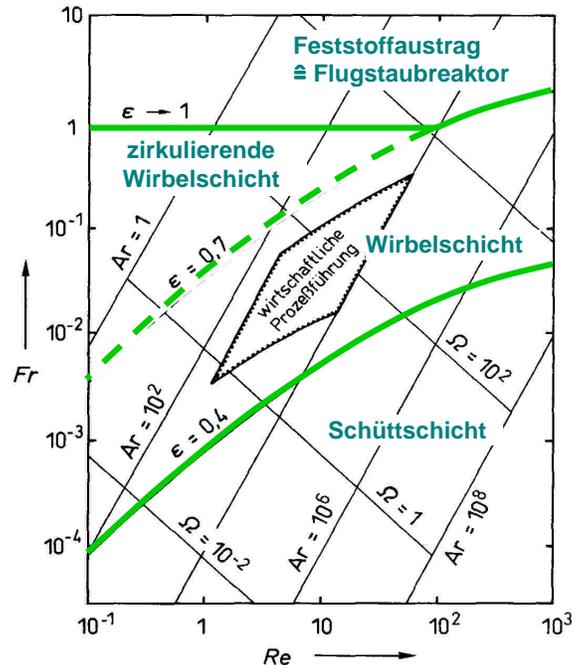


Abb. 14: "Reh-Diagramm" zur Ermittlung der Prozessparameter für Wirbelschichtreaktoren

Auch unter Berücksichtigung aller Prozessparameter für Wirbelschichten können bei zu kleiner Dimensionierung oder durch Restfeuchten im Fluid Instabilitäten auftreten. Derartige Instabilitäten sind:

- Kanalbildungen (das Fluid strömt ungehindert durch sich ausbildende Kanäle und überträgt seine Energie nicht auf die Feststoffteilchen)
- „Stoßen“ der Schütttschicht (die Wirbelschicht ist nicht homogen, das Fluid durchdringt die Feststoffschicht stoßartig)

Eine homogene Wirbelschicht besitzt folgende Vor- bzw. Nachteile:

- sehr schneller Wärmeaustausch, dadurch kann eine isotherme Prozeßführung bei nur kleinen Wärmeaustauschflächen realisiert werden; hohe Wärmeübergangszahlen;
- Abrieb an Reaktorwand und Feststoffen

Durch weitere Steigerung des Fluidstroms kann ein kontinuierlicher Feststoffaustrag erreicht werden. Dies wird in der industriellen Praxis ausgenutzt, um Katalysatoren kontinuierlich zu regenerieren und/oder die Wärmeführung zu verbessern.

Wirbelschicht- und Flugstaubreaktoren werden bei der Kohlevergasung (Winklervfahren), bei Röstverfahren, beim Trocknen und bei katalytischen Prozessen verwendet.

Aufgabe:

Beim katalytischen Cracken von aliphatischen Kohlenwasserstoffen wird ein Flugstaubreaktor verwendet. Informieren Sie sich über die Bedeutung des Flugstaubreaktors bei diesem Verfahren!

Nennen Sie katalytische Wirbelbettverfahren!

2.3 Messen von Durchflußmengen

Die Abbildung 15 zeigt eine Querschnittsverengung in einem horizontalen Rohr. Durch kommunizierende Meßstellen vor der Verengung (1) und an der engsten Stelle (2) wird der Differenzdruck gemessen. Entsprechend der Bernoulli-Gleichung (Gleichung 5) gilt für $z_1 = z_2$:

$$\frac{P_1}{\rho} m + m \frac{u_1^2}{2} = m \frac{P_2}{\rho} + m \frac{u_2^2}{2} \quad (25)$$

bzw.:

$$\frac{\rho}{2} u_1^2 + P_1 = \frac{\rho}{2} u_2^2 + P_2 \quad (25 \text{ a})$$

Durch die Verengung ist: $u_2 > u_1$ und $P_2 < P_1$.

Da sich die Strömungsgeschwindigkeit unter Berücksichtigung der Fluidichte und der jeweiligen Querschnittsfläche aus dem Massestrom ergibt, kann aus der Massestrom ($P_1 - P_2$) berechnet werden.

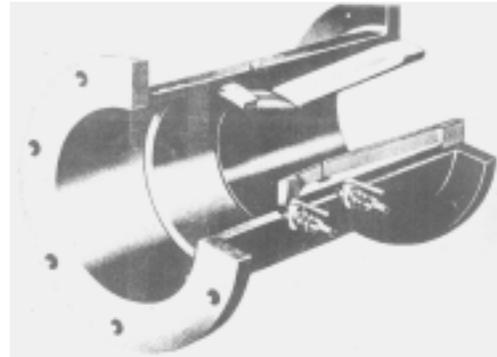
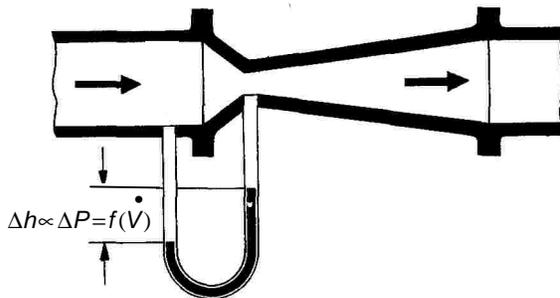


Abb. 15: Massestrom durch eine Querschnittsverengung mit resultierendem Druckverlust

Zur Vermeidung eines hohen Druckverlustes an der Meßstelle besitzt die Querschnittsverengung oft die Form einer Venturidüse. Derartige Meßstellen sind relativ lang. Steht die notwendige Länge nicht zur Verfügung, können "Normalblenden" zur Messung des Massestroms verwendet werden. Dabei handelt es sich um Lochscheiben, die in das Rohr eingebaut werden. Gemessen wird der Druck vor und hinter der Lochscheibe. Durch das Auftreten eines "Staudrucks" vor Passieren der Blende ergibt sich eine Druckdifferenz, aus der der Massestrom ermittelt wird. Darüber hinaus gibt es eine Reihe weiterer Möglichkeiten zum Messen des Massestroms. Weit verbreitet sind "Schwebekörperdurchflußmesser", deren Meßprinzip auf den Sedimentationsgesetzen beruht, und "Mass-Flow-Meter", bei denen die Wärmeleitfähigkeit des Fluids zur Ermittlung des Massestroms ausgenutzt wird.

Praktikumsversuch

Aufgabenstellung

Messen Sie in Abhängigkeit vom Fluidstrom den Druckverlust in Schütt- und Wirbelschichten, die aus Glasperlen bzw. aus Bleiteilchen bestehen. Erstellen Sie für jede Feststoffart ein Diagramm, aus dem die Abhängigkeit $\log \Delta P$ von $\log u$ deutlich wird!

Versuchsdurchführung

Die Meßapparatur ist in der Abbildung 16 dargestellt. Als Fluid dient Stickstoff. Der Fluidstrom wird mittels Schwebekörperdurchflussmesser in Schrittbreiten von ca. $5 \text{ dm}^3/\text{h}$ variiert. Der Reaktor C_1 ist mit Bleiteilchen und der Reaktor C_3 mit Glasperlen gefüllt. Der jeweilige Druckverlust wird mit Hilfe von U-Rohren ermittelt, die mit Glycerin gefüllt sind. Unterhalb des Wirbelpunkts wird durch ergänzende Messungen die Abhängigkeit von der Strömungsart ermittelt. In einer weiteren Meßreihe wird der Druckverlust am Anströmboden ermittelt. Dazu dient der Reaktor C_2 .

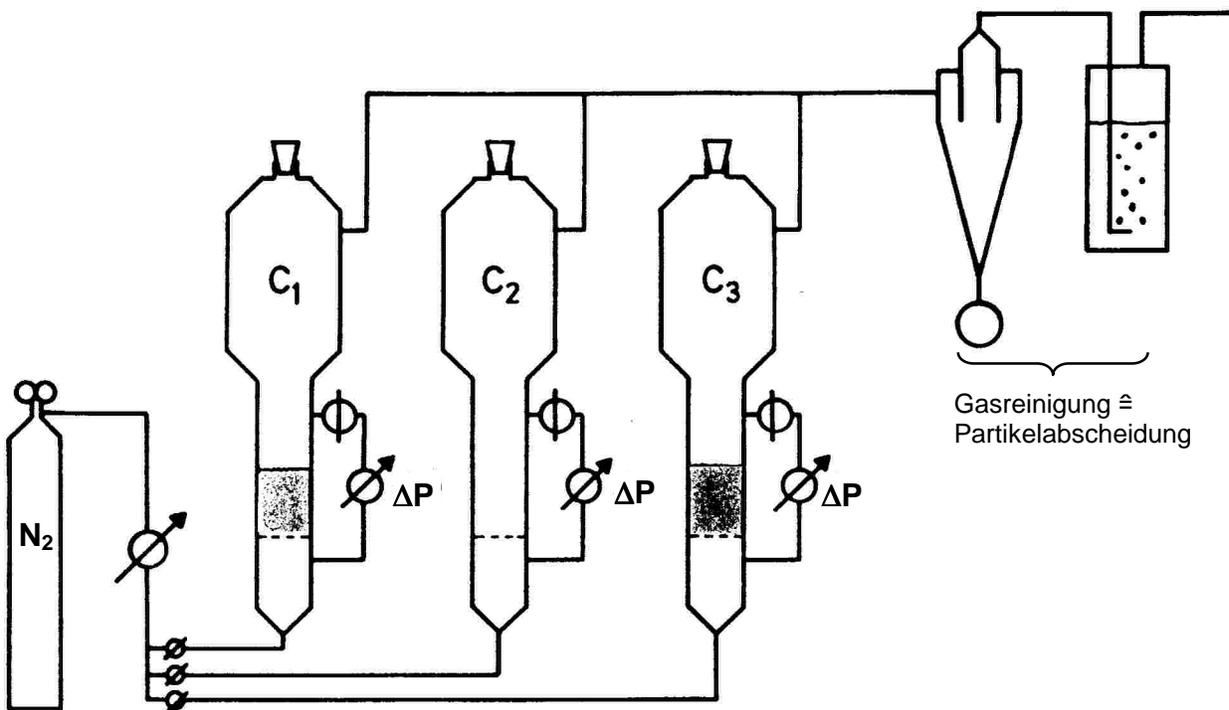


Abb. 16: Meßapparatur des Versuchs

Zusätzliche Aufgabenstellungen

Zur Sicherheit passiert das "Abgas" einen Zyklon, eine Waschflasche und einen Filter. Informieren Sie sich über die Arbeitsweise und die Auslegungsparameter eines Zyklons!